Le 21 avril 2020

Chers élèves de 5A-B,

Comme vous devez le savoir j'ai dû les trois premières semaines de confinement faire face à des problèmes de santé graves de mon fils. A cette heure sa santé est stabilisée et mon cerveau est dès lors davantage disponible pour penser à vous et surtout à vos connaissances mathématiques. J'imagine sans peine que la pratique des mathématiques vous manque et que vous serez très contents de vous remettre au travail.

Après réflexion et étant donné que nous avions déjà vu la moitié des formules de dérivées, j'ai complété et scanné les exemples des pages 10 à 13 pour que votre formulaire soit ainsi complet.

Je vous demande donc dans un premier temps de compléter votre cours (les démos ne seront pas vues) et ensuite de réaliser les exercices 6 et 7 page 18 en vous inspirant des exemples que vous avez dans votre cahier.

Lorsque vous avez des difficultés, ou quand vous voulez savoir si votre réponse est correcte, vous pouvez m'envoyer votre exercice scanné, je le corrigerai et vous le renverrai.

Mon adresse mail : martinebottin@hotmail.com

Bien à vous et bon travail

M.Bottin

p10 4.5. Dérivée d'un produit $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

Exemple 2 : $\left[\underbrace{(x^2+x-1)}_{f}\underbrace{(x+2)}_{g}\right]' = (x^2+x-1)' \cdot (x+2) + (x^2+x-1) \cdot (x+2)'$

$= (2x+1)(x+2) + (x^2+x-1) \cdot 1$

$= 2x^2 + 4x + x + 2 + x^2 + x - 1$

$= 3x^2 + 6x + 1$

p11. 4.6 Dérivée d'un produit d'une fonction par une constante

$$(k \cdot f)' = k \cdot f'$$

Exemples : $(\underset{k}{2}\underset{f}{x^5})' = 2 \cdot (x^5)' = 2 \cdot 5 \cdot x^4 = 10x^4$

$\left(\frac{x^3}{3}\right)' = \left(\underbrace{\frac{1}{3}}_{k} \cdot \underbrace{x^3}_{f}\right)' = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3}x^2 = x^2$

$\left[\underset{k}{4}\underbrace{(x^2-x)}_{f}\right]' = 4 \cdot (x^2-x)' = 4 \cdot (2x-1)$

p12. Dérivée d'un quotient : $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{g \cdot f' - g' \cdot f}{g^2} = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

Exemples : $\left(\frac{x^3}{x^2-1}\right)' = \frac{(x^2-1) \cdot (x^3)' - (x^2-1)' \cdot x^3}{(x^2-1)^2}$

$= \frac{(x^2-1) \cdot 3x^2 - 2x \cdot x^3}{(x^2-1)^2}$ ← on ne développe pas car, après on étudiera le signe de f'

$= \frac{x^2 \cdot [3x^2 - 3 - 2x^2]}{(x^2-1)^2}$ Mise en évidence ds le but de pouvoir étudier le signe du numérateur

$= \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

$\left(\frac{x+1}{x^2-2x}\right)' = \frac{(x^2-2x) \cdot (x+1)' - (x^2-2x)' \cdot (x+1)}{(x^2-2x)^2}$

$= \frac{(x^2-2x) \cdot 1 - [(2x-2) \cdot (x+1)]}{(x^2-2x)^2}$

$= \frac{x^2 - 2x - (2x^2 + \cancel{2x} - \cancel{2x} - 2)}{(x^2-2x)^2}$

$= \frac{x^2 - 2x - 2x^2 + 2}{(x^2-2x)^2}$

$= \frac{-x^2 - 2x + 2}{(x^2-2x)^2}$ ← on ne développe pas !

p12. Dérivée de l'inverse d'une fonction : $\left(\frac{1}{f}\right)' = \frac{-f'}{f^2}$

Exemples : $\left(\frac{1}{x^3+2}\right)' = -\frac{(x^3+2)'}{(x^3+2)^2} = -\frac{3x^2}{(x^3+2)^2}$

$$\left(\frac{4}{2x-3}\right)' = 4\cdot\left(\frac{1}{2x-3}\right)' = 4\cdot\frac{-(2x-3)'}{(2x-3)^2} = 4\cdot\frac{-2}{(2x-3)^2} = \frac{-8}{(2x-3)^2}$$

p13. Dérivée de la composée de 2 fonctions :

$$[f(g(x))]' = f'(g(x))\cdot g'(x)$$

Exemples:

$$[(3x-2)^3]' = 3(3x-2)^2\cdot(3x-2)' = 3(3x-2)^2\cdot 3 = 9\cdot(3x-2)^2.$$

car $f(x) = x^3$ et $g(x) = 3x-2 \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 3x^2 \text{ et } f'(g(x)) = 3(3x-2)^2 \\ g'(x) = (3x-2)' = 3. \end{cases}$

$$\left(\frac{2}{(x^2-x+1)^4}\right)' = 2\underbrace{\left(\frac{1}{(x^2-x+1)^4}\right)'}_{\left(\frac{1}{f}\right)'} = 2\cdot\frac{-[(x^2-x+1)^4]'}{(x^2-x+1)^8} = -2\cdot\frac{4\,\cancel{(x^2-x+1)^3}^{\,1}\cdot(x^2-x+1)'}{(x^2-x+1)^{\cancel{8}\,5}}$$

$$= -8\cdot\frac{2x-1}{(x^2-x+1)^5}$$

$$\underbrace{\left(\frac{x+1}{(3x-2)^2}\right)'}_{\left(\frac{f}{g}\right)'} = \frac{(3x-2)^2\cdot(x+1)' - [(3x-2)^2]'\cdot(x+1)}{(3x-2)^4}$$

$$= \frac{(3x-2)^2\cdot 1 - 2\cdot(3x-2)\cdot\overbrace{(3x-2)'}^{3}\cdot(x+1)}{(3x-2)^4}$$

On FACTORISE pour l'étude future du signe de f'

$$= \frac{(3x-2)\left[(3x-2) - 6\cdot(x+1)\right]}{(3x-2)^{\cancel{4}\,3}}$$

On simplifie N et D

$$= \frac{3x-2-6x-6}{(3x-2)^3}$$

On regroupe les termes semblables

$$= \frac{-3x-8}{(3x-2)^3}$$

p13 Exemple 4

$$\left[(x+1)^2\cdot(1-4x)^3\right]' = \left[(x+1)^2\right]'\cdot(1-4x)^3 + (x+1)^2\cdot\left[(1-4x)^3\right]'$$

↓

$(f\cdot g)'$

$$= 2(x+1)\cdot\underbrace{(x+1)'}_{1}(1-4x)^3 + (x+1)^2\cdot 3(1-4x)^2\cdot\underbrace{(1-4x)'}_{-4}$$

↓

$[f(g(x))]'$

$$= (x+1)\cdot(1-4x)^2\left[2\cdot(1-4x) + (x+1)\cdot(-12)\right]$$

← on FACTORISE par mise en évidence

$\cancel{= (x+1)}$

$$= (x+1)(1-4x)^2\cdot(2-8x-12x-12)$$

$$= (x+1)\cdot(1-4x)^2\cdot(-20x-10)$$

On n'effectue pas car on étudiera le signe de f'.

p14. Fonctions trigo

4.10.1 Fonction sinus : $(\sin x)' = \cos x$ et $[\sin u(x)]' = u'(x)\cdot\cos u(x)$

Exemples :

$$[\sin(\underbrace{3x-2}_{u(x)})]' = \cos(3x-2)\cdot\underbrace{(3x-2)'}_{3} = 3\cos(3x-2)$$

$$[\sin(\underbrace{3x^2-4x+2}_{u(x)})]' = \cos(3x^2-4x+2)\cdot\underbrace{(3x^2-4x+2)'}_{6x-4}$$

$$= (6x-4)\cdot\cos(3x^2-4x+2)$$

4.10.2 Fonction cosinus : $(\cos x)' = -\sin x$ et $[\cos u(x)]' = -u'(x)\cdot\sin u(x)$

Exemples :

$$[\cos(\underbrace{5-7x}_{u(x)})]' = -\sin(5-7x)\cdot\underbrace{(5-7x)'}_{-7} = +7\sin(5-7x)$$

$$[\cos(5x^2-3x+2)]' = -\sin(5x^2-3x+2)\cdot\underbrace{(5x^2-3x+2)'}_{10x-3} = -(10x-3)\cos(5x^2-3x+2)$$

$$(\cos^2 x)' = [(\cos x)^2]' = 2\cos x\cdot(\cos x)' = 2\cos x\cdot(-\sin x) = -2\sin x\cdot\cos x$$

↓

$(f(g(x))'$

$$(\sin 2x\cdot\cos 3x)' = (\sin 2x)'\cdot\cos 3x + \sin 2x\cdot(\cos 3x)'$$

↓

$(f\cdot g)'$

$$= 2\cos 2x\cdot\cos 3x + \sin 2x(-3)\cdot\sin 3x$$

↓

$[f(g(x))]'$

$$= 2\cos 2x\cos 3x - 3\sin 2x\sin 3x$$